



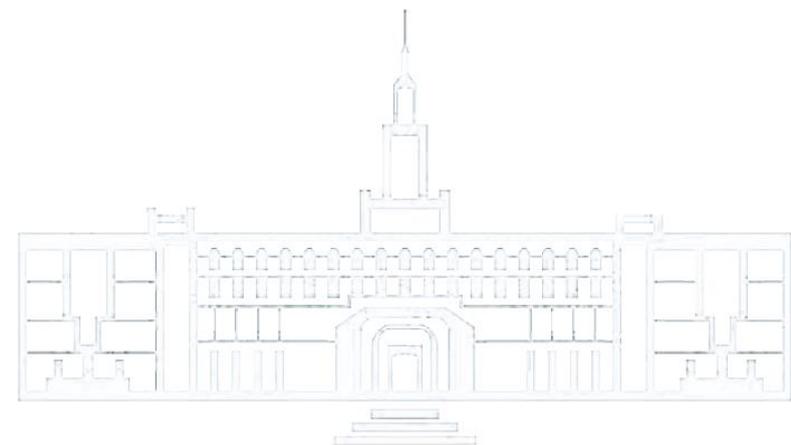
物理学国家级实验教学示范中心

National Demonstration Center for Experimental Physics Education



三线摆测刚体转动惯量

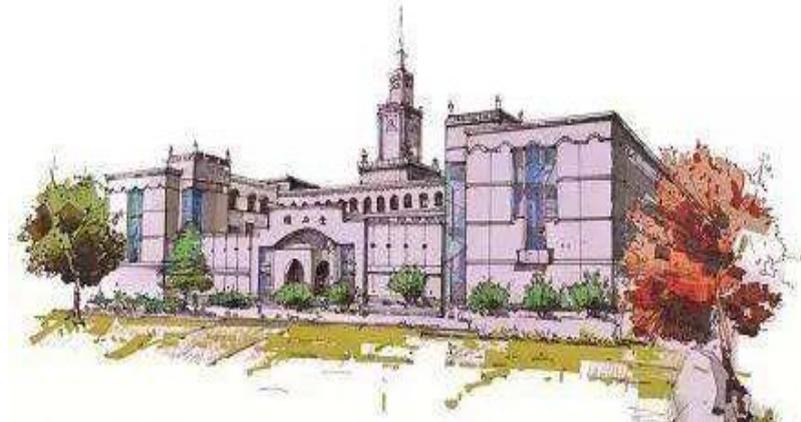
主讲：韩卫华



堅守·奮斗



◀ 目 录 ▶



01

实验目的

04

实验内容

02

背景知识

05

误差分析

03

实验原理

06

注意事项

堅守 · 奮斗



01

实验目的





实验目的 | PURPOSE

目的

1

复习刚体的转动惯量，加深理解

2

了解三线摆原理，并会用该原理测量物体转动惯量

3

掌握米尺、游标卡尺等测量工具的正确使用方法

4

熟悉网络虚拟实验平台的操作



02

背景知识

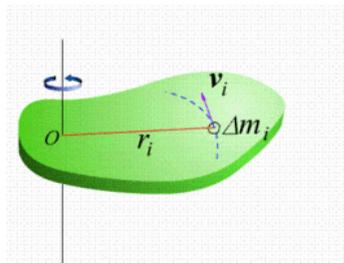




刚体的转动惯量

刚体对 z 轴转动惯量 $I_z = \sum m_i r_i^2$

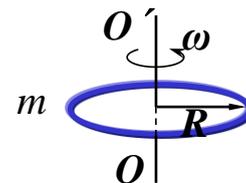
可叠加性



质量连续分布的刚体

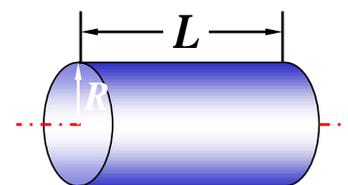
$$I = \int r^2 dm \begin{cases} \text{线} dm = \lambda dl \\ \text{面} dm = \sigma dS \\ \text{体} dm = \rho dV \end{cases}$$

其中 λ 、 σ 、 ρ 分别为质量的线密度、面密度和体密度.



圆环 $I = mR^2$

或薄圆筒



圆柱 $I = \frac{1}{2} mR^2$

或圆盘

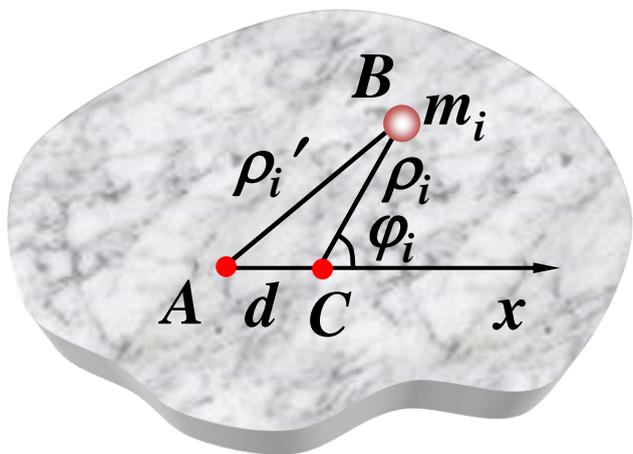


平行轴定理

A轴平行C轴（质心轴）

对C $I_C = \sum \rho_i^2 m_i$

对A $I_A = \sum \rho_i'^2 m_i$



由图 $\rho_i'^2 = \rho_i^2 + d^2 + 2\rho_i d \cos \varphi_i$

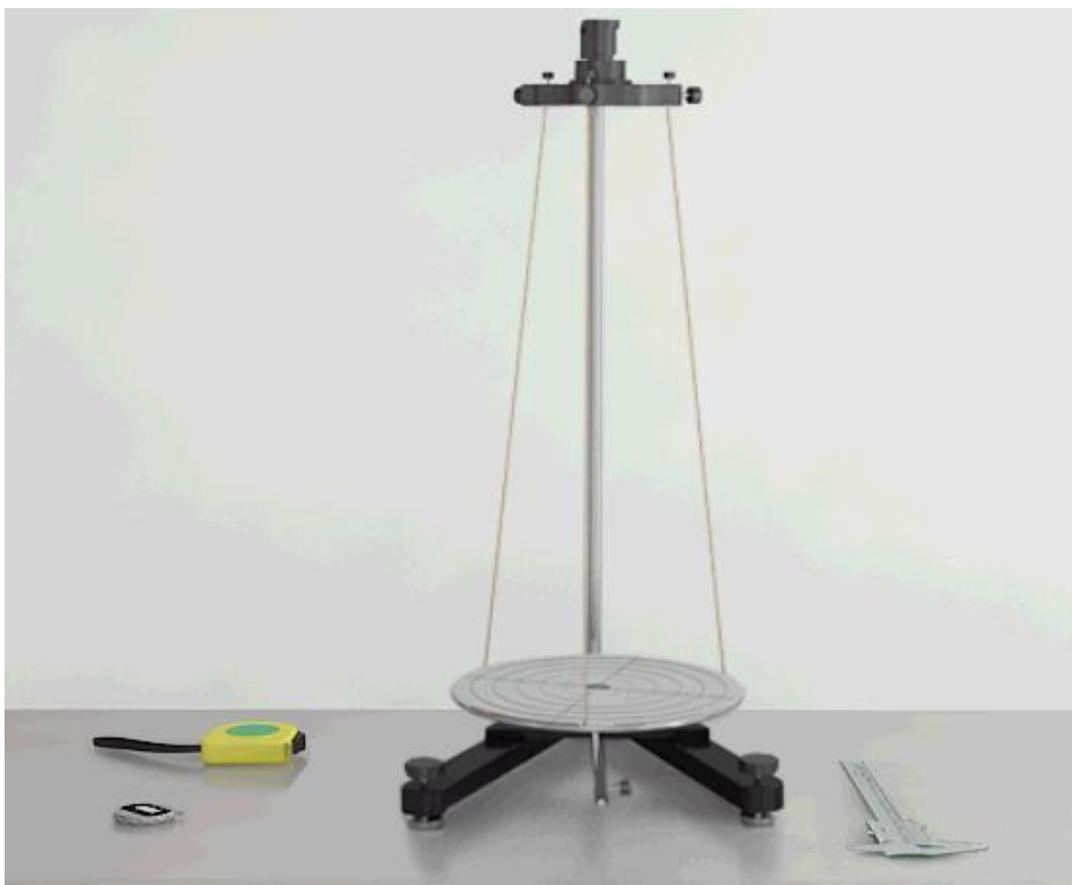
$$\begin{aligned} I_A &= \sum \rho_i'^2 m_i = \sum m_i (\rho_i^2 + d^2 + 2\rho_i d \cos \varphi_i) \\ &= \sum m_i \rho_i^2 + \sum m_i d^2 + \sum m_i \rho_i \cos \varphi_i \cdot 2d \end{aligned}$$

$$\because \sum m_i \rho_i \cos \varphi_i = \sum m_i x_i = m x_c = 0$$

故: $I_A = I_c + md^2$

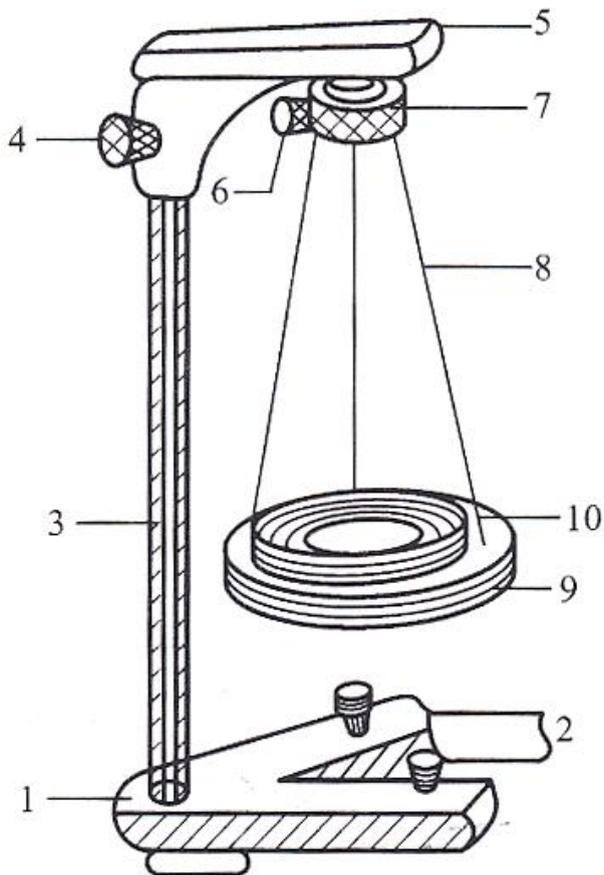


三线摆





三线摆转动惯量测量仪的仪器构成



1—底座；

2—底座上的调平螺丝；

3—支杆；

4—悬架和支杆连接的固定螺丝；

5—悬架；

6—上圆盘悬线的固紧螺丝。

工作机制：

上圆盘(7)转动后通过三条悬线(8)带动下圆盘(9)运动。

下圆盘及其上物体(10)可视为定轴转动。



03

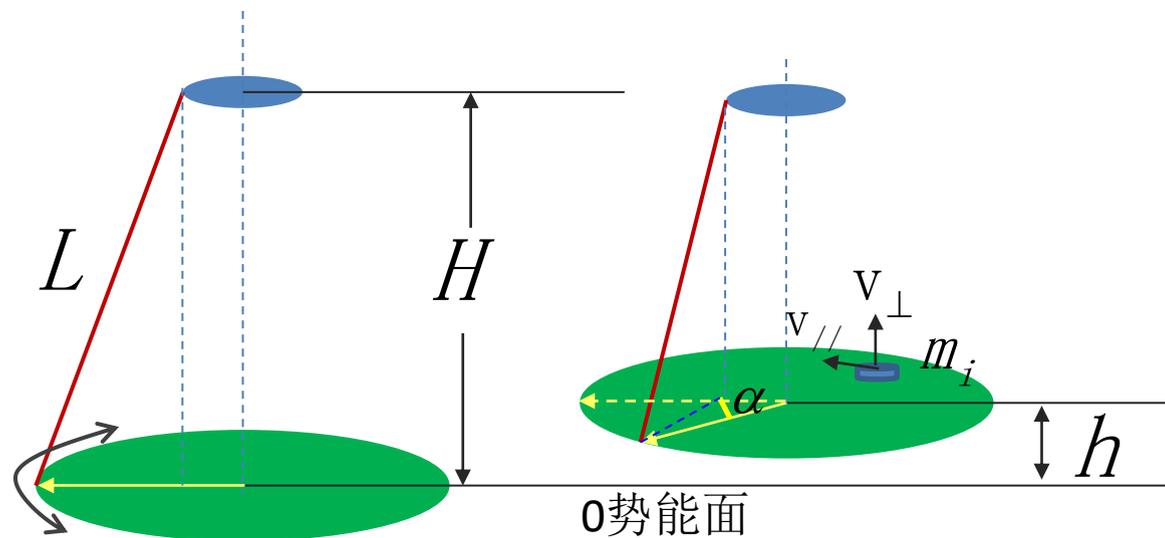
实验原理





实验原理 | PRINCIPLES

运动状态描述:



当下圆盘的转动角度 α 很小时，其上下运动的动能可忽略。根据机械能守恒：

$$\frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + m_0 g h = C$$

利用

$$h = \frac{Rr\alpha^2}{2H}$$

代入两边求导

$$E_p = m_0 g h$$

$$E_k = \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m_0 \left(\frac{dh}{dt} \right)^2$$

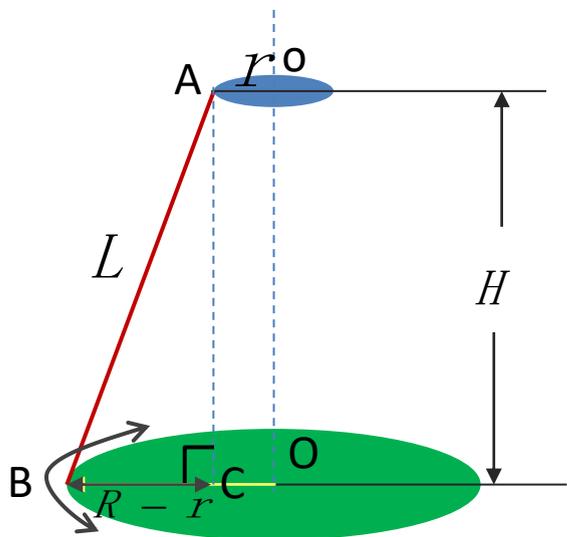


$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{m_0 g R r}{I_0 H} \alpha$$

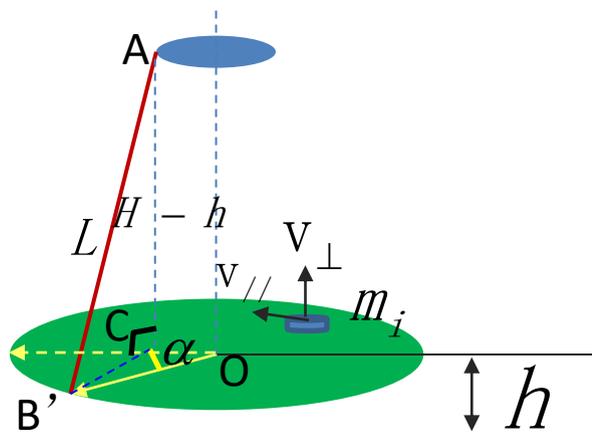
简谐振动的定义



补充：长度间的几何关系



$$L^2 = H^2 + (R - r)^2$$



$$L^2 - (H - h)^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha$$

$$\text{左} = H^2 + R^2 + r^2 - 2Rr - H^2 - h^2 + 2Hh$$

$$= R^2 + r^2 - 2Rr + 2Hh - h^2$$

$$\approx R^2 + r^2 - 2Rr + 2Hh$$

$$\text{右} = R^2 + r^2 - 2Rr \left(1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \dots \right)$$

$$\approx R^2 + r^2 - 2Rr + Rr\alpha^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{Rr\alpha^2}{2H}$$



实验原理 | PRINCIPLES

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{m_0 g R r}{I_0 H} \alpha$$

$$\omega^2 = \frac{m_0 g R r}{I_0 H}$$

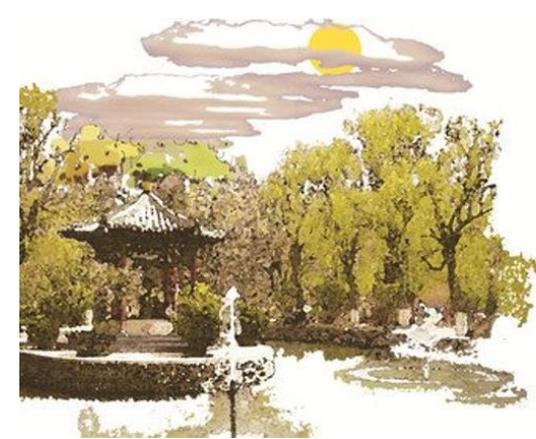
$$\frac{d[A \cos(\omega t)]}{dt} = -\omega A \sin(\omega t)$$

$$\text{周期 } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_0 g R r}{I_0 H}}}$$

$$\frac{d^2[A \cos(\omega t)]}{dt^2} = -\omega^2 [A \cos(\omega t)]$$

$$\alpha = A \cos(\omega t) \quad \text{是方程的解}$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{m_0 g R r}{4\pi^2 H} T_0^2$$



蘭州大學
蘭大

04

实验内容





实验内容 | EXPERIMENTS

- 1.了解三线摆原理以及有关三线摆实验器材的知识。
- 2.用三线摆测量圆环的转动惯量，并验证平行轴定理

(1)测定仪器常数 H 、 R 、 r

恰当选择测量仪器和用具，减小测量不确定度。自拟实验步骤，确保三线摆上、下圆盘的水平，是仪器达到最佳测量状态。

(2)测量下圆盘的转动惯量

线摆上方的小圆盘，使其绕自身转动一个角度，借助线的张力使下圆盘作扭摆运动，而避免产生左右晃动。自己拟定测量下圆盘转动惯量的方法。



实验内容 | EXPERIMENTS

(3) 测量圆环的转动惯量

盘上放上待测圆环，注意使圆环的质心恰好在转动轴上，测量圆环的质量和内、外直径。利用公式求出圆环的转动惯量。

(4) 验证平行轴定理

将质量和形状尺寸相同的两金属圆柱体对称地放在下圆盘上。测量圆柱体质心到中心转轴的距离。计算圆柱体的转动惯量。



实验操作 | OPERATIONS

0. 系统登录

http://202.201.13.91:7100/Page/BI/BI000.aspx



仿真实验 力学实验 三线摆



三线摆法测刚体的转动惯量





1. 调节仪器状态

- ① 双击实验桌上的三线摆，出现三线摆的界面。
- ② 将水平仪拖动到三线摆支架顶端，通过支架下方两个调节旋钮**调节支架上水平**。
- ③ 将水平仪拖动到下圆盘中，将水平调节开关打开，通过上圆盘上方的六个旋钮**调节下圆盘水平**。

2. 测定仪器常数 H 、 R 、 r

- ① 双击实验桌上米尺小图标，可弹出米尺的主窗体。选择测量**上下圆盘的间距 H** 。
- ② 同理选择米尺，测量**上圆盘悬点之间的距离**和**下圆盘悬点之间的距离**。（系统要求换算出 R 和 r ）



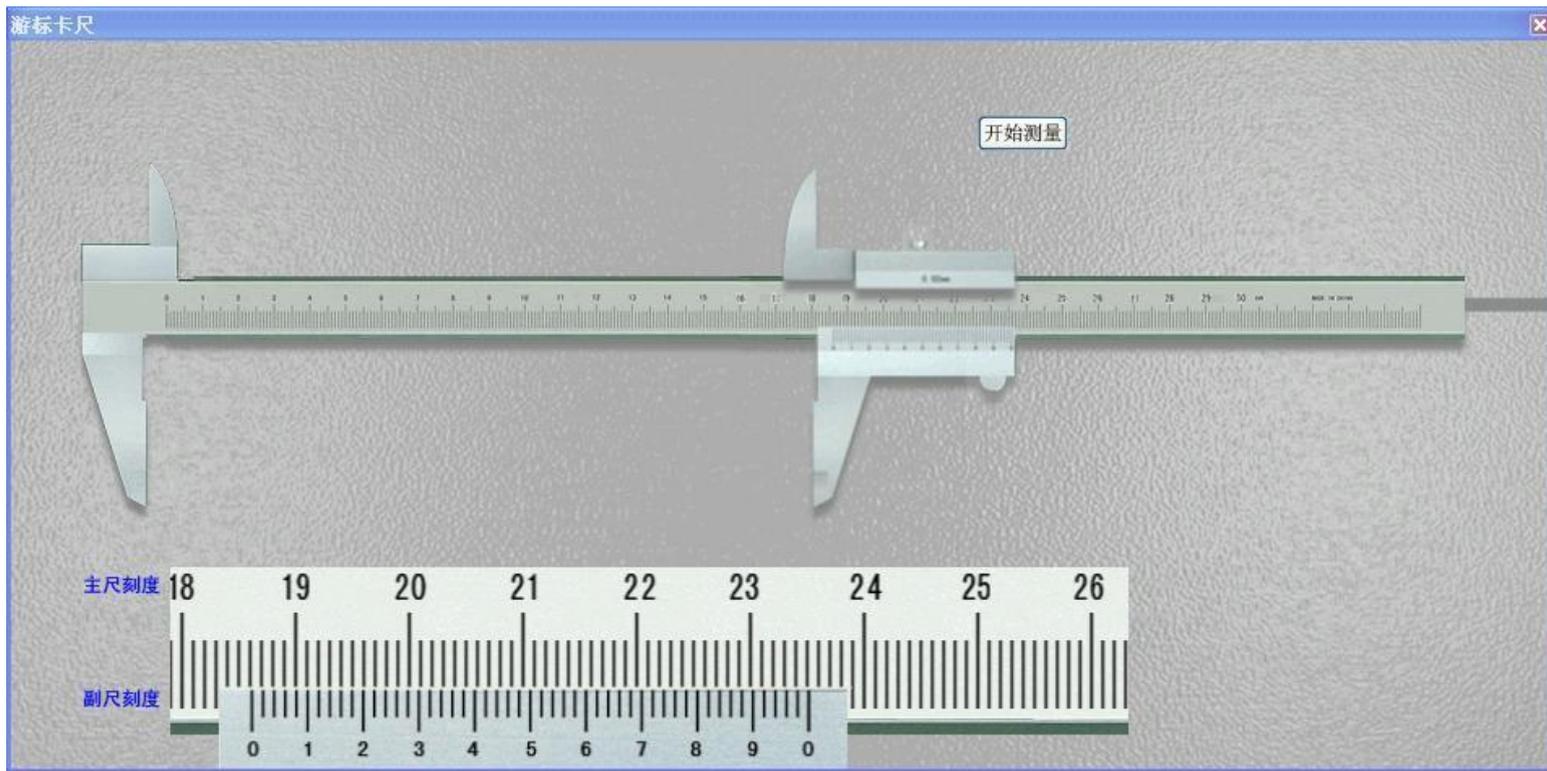
实验操作 | OPERATIONS

3. 测量下圆盘的转动惯量

双击桌面上的**电子停表**，将三线摆拖动一个小角度，松开后，记录三线摆转动**20个周期**的时间。

4. 测量圆环的转动惯量

① 双击桌面上的**游标卡尺**，出现游标卡尺的主视图：





实验操作 | OPERATIONS

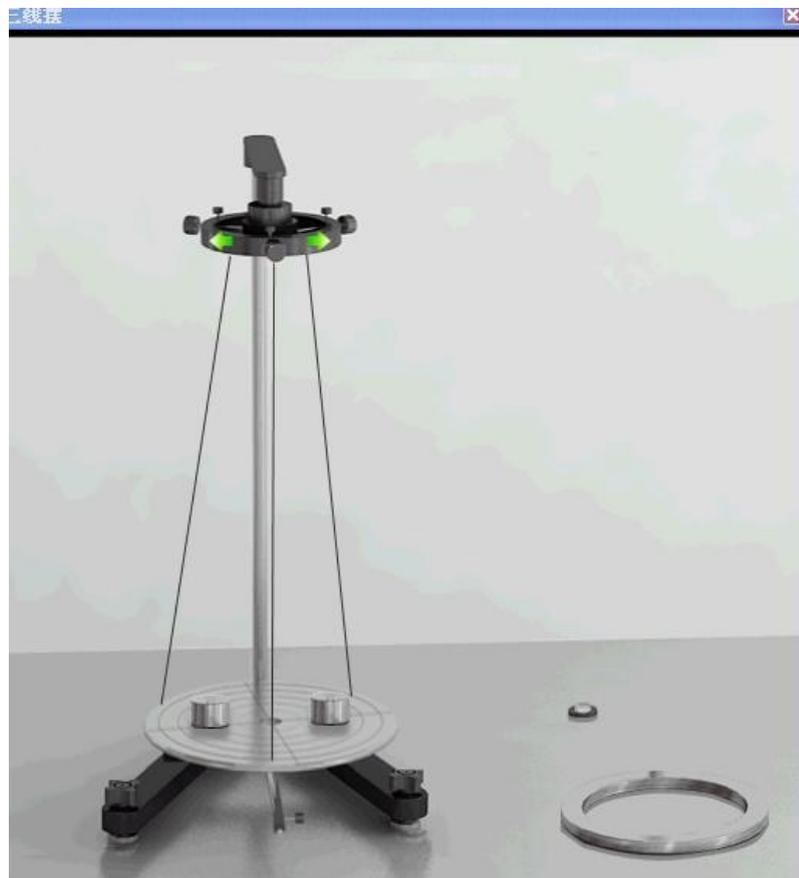
- ② 用游标卡尺的**上爪**测量圆环的内径，用**下爪**测量圆环的外径。
- ③ 将圆环拖动到三线摆的下圆盘中，转动三线摆，用电子停表记下周期。

5. 验证平行轴定理

- ① 用游标卡尺的测量圆柱的外径。
- ② 将两圆柱体放在下圆盘上，转动三线摆，用电子停表记下周期。如右图。

6. 完成实验

按照实验内容中的要求完成实验，保存数据。单击记录数据按钮，弹出记录数据页面。计算实验结果，并与各刚体转动惯量理论值比较。





05

误差分析





误差分析 | ERRORS

1. 推导圆盘、金属圆环和圆柱体转动惯量理论公式，结合实验结果，计算误差百分数；
2. 我们利用理论值充当了真值，试估金属圆环测算理论值的不确定度。



06

注意事项





注意事项 | PRECAUTIONS



- ① 实验前调节三线摆水平；
- ② 米尺测量数据的有效数字；（系统中的长度测量量均以毫米为单位）
- ③ 游标卡尺测量数据的读取。



思考

???

???

???

???

???



1. 调节三线摆的水平时，是先调节上圆盘水平还是先调节下圆盘水平？
2. 三线摆的振幅受空气的阻尼会逐渐变小，它的周期也会随时间变化吗？
3. 如何测定任意形状物体对特定轴的转动惯量？



参考资料 | EXPERIMENTAL PRINCIPLES

1. 大学物理实验，霍剑清等，高等教育出版社，2001年.
2. 基础物理实验，沈元华等，高等教育出版社，2003年.
3. 基础物理实验，吕斯骅等，北京大学出版社，2002年.
4. 大学物理实验，浦天舒等，清华大学出版社，2011年.
5. 大学物理实验，周殿清等，武汉大学出版社，2002年.
6. 力学，赵凯华等，高等教育出版社，2004年.
7. 物理学，刘克哲等，高等教育出版社，2012年.